

MATHABRAZZA

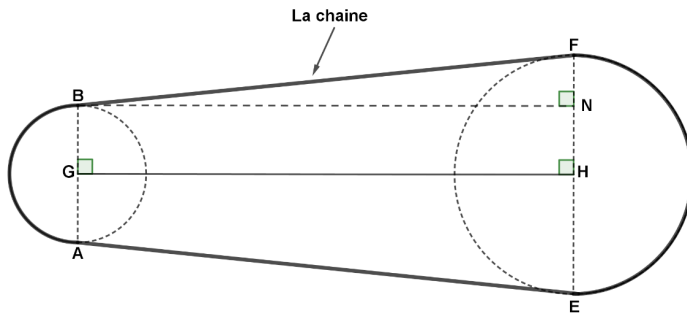
Rallye mathématique du Centre et du Congo

Éléments de correction de l'épreuve officielle 2024

Exercice n°1

La chaîne et les pignons de François

6 points



N est le point d'intersection entre (FE) et la perpendiculaire à (FE) passant par B.

Longueur demi-cercle de diamètre 8 cm : $\pi \times 8 : 2 = 4\pi$ cm

Longueur demi-cercle de diamètre 14 cm : $\pi \times 14 : 2 = 7\pi$ cm

Longueur BF :

Le triangle BNF est rectangle en N donc d'après le théorème de Pythagore :

$$BF^2 = BN^2 + NF^2$$

$$BF^2 = 35^2 + (7 - 4)^2 \text{ car } NH = BG = 4 \text{ cm}$$

$$\text{Donc } BF^2 = 1234 \text{ donc } BF = \sqrt{1234} \text{ cm}$$

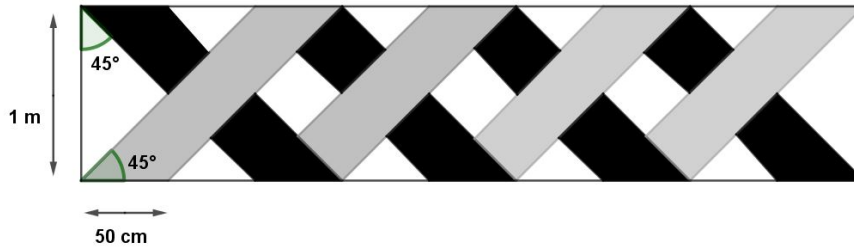
Pour des raisons de symétrie par rapport à (GH) on a : $BF = AE$

Longueur de la chaîne : 4π cm + 7π cm + $2 \times \sqrt{1234}$ cm $\approx 104,8$ cm

La longueur de la chaîne est d'environ 104,8 cm.

Exercice n°2**La frise de Jean-Pierre**

8 points



On commence par les bandes grises :

Il y a 4 bandes grises. Les trois bandes les plus à droite sur la figure sont semblables donc ont la même aire. La bande grise la plus à gauche est un parallélogramme. Son aire est égale à $0,5 \times 1 = 0,5 \text{ m}^2$.

Pour les trois autres bandes grises, il faut retirer l'aire d'un triangle rectangle isocèle dont l'hypoténuse mesure $0,5 \text{ m}$. Il faut calculer la longueur x des côtés de l'angle droit de ce triangle rectangle isocèle. D'après le théorème de Pythagore : $x^2 + x^2 = 0,5^2$ donc $x^2 = 0,125 \text{ m}$. Donc $x = \sqrt{0,125} \approx 0,35 \text{ m}$.

Donc l'aire du triangle rectangle isocèle est égale à : $\sqrt{0,125} \times \sqrt{0,125} : 2 = 0,0625 \text{ m}^2$.
Donc l'aire des 3 bandes le plus à droite est égale à : $3 \times (0,5 - 0,0625) = 1,3125 \text{ m}^2$.

Donc l'aire des 4 bandes grises est égale à : $0,5 + 1,3125 = 1,8125 \text{ m}^2$.

Pour les bandes noires :

Il y a quatre bandes noires. L'aire de la bande noire la plus à gauche est égale à l'aire d'un parallélogramme de base $0,5 \text{ m}$ et de hauteur 1 m moins l'aire d'un carré de côté $\sqrt{0,125} \text{ m}$.

Aire de la bande noire le plus à gauche : $0,5 \times 1 - \sqrt{0,125} \times \sqrt{0,125} = 0,375 \text{ m}^2$.

Les trois bandes les plus à droite ont la même aire, c'est l'aire des trois bandes grises les plus à droite moins l'aire de trois carrés de côté $\sqrt{0,125} \text{ m}$.

Donc l'aire de ces 3 bandes noires est égale à : $1,3125 - 3 \times \sqrt{0,125} \times \sqrt{0,125} = 0,9375 \text{ m}^2$.

Donc l'aire des 4 bandes noires est égale à $0,375 \text{ m}^2 + 0,9375 \text{ m}^2 = 1,3125 \text{ m}^2$.

Exercice n°3**La grille a de bonnes opérations ou opérations la bonnes grille a de ?**

6 points

Il y a 680 solutions. En voici 4 :

1	8	0
4	9	7
2	3	6

2	0	9
1	7	6
3	8	4

0	1	2
6	3	7
8	9	4

4	6	2
1	3	9
0	7	8

Exercice n°4

Les maisons de mémères

9 points

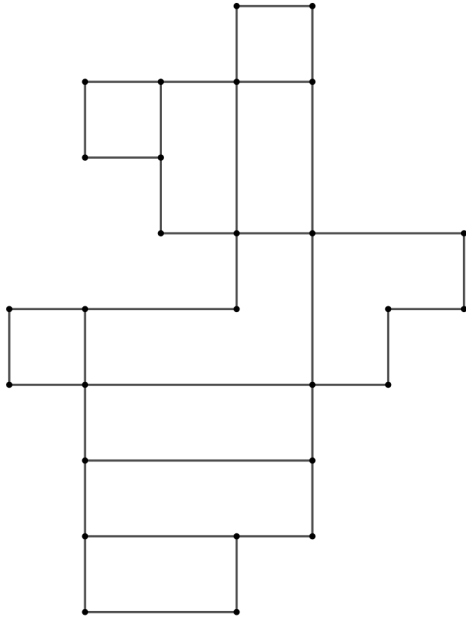
Calcul du volume :

Les trois projets ont le même volume, à savoir : $5 \times 4 \times 4 \times 4 = 320 \text{ m}^3$.

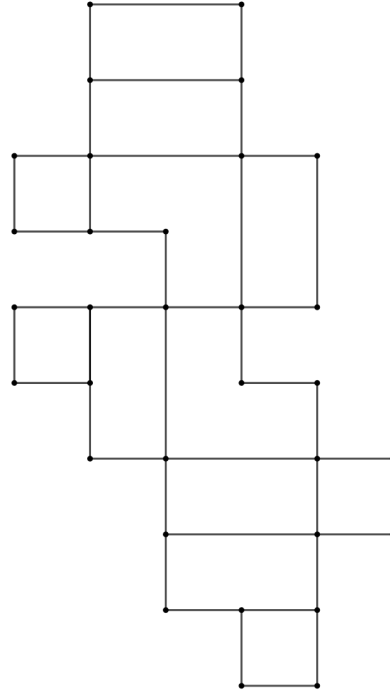
Calcul de l'aire de la surface vitrée :

Les trois projets ont la même aire de surface vitrée, à savoir : $14 \times 4 \times 4 = 224 \text{ m}^2$.

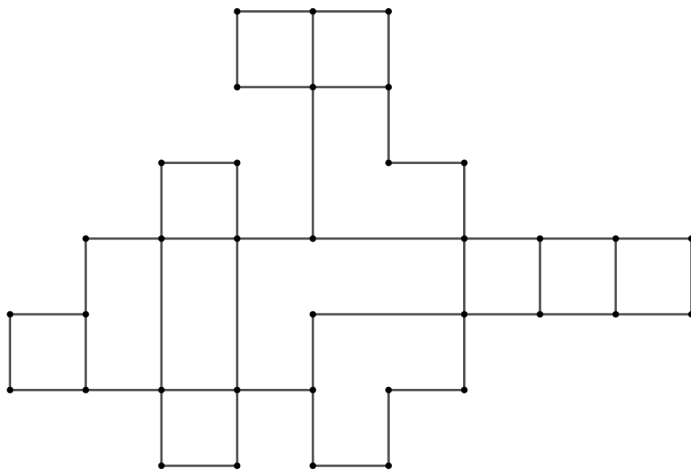
Exemple de patron du projet A :



Exemple de patron du projet B :



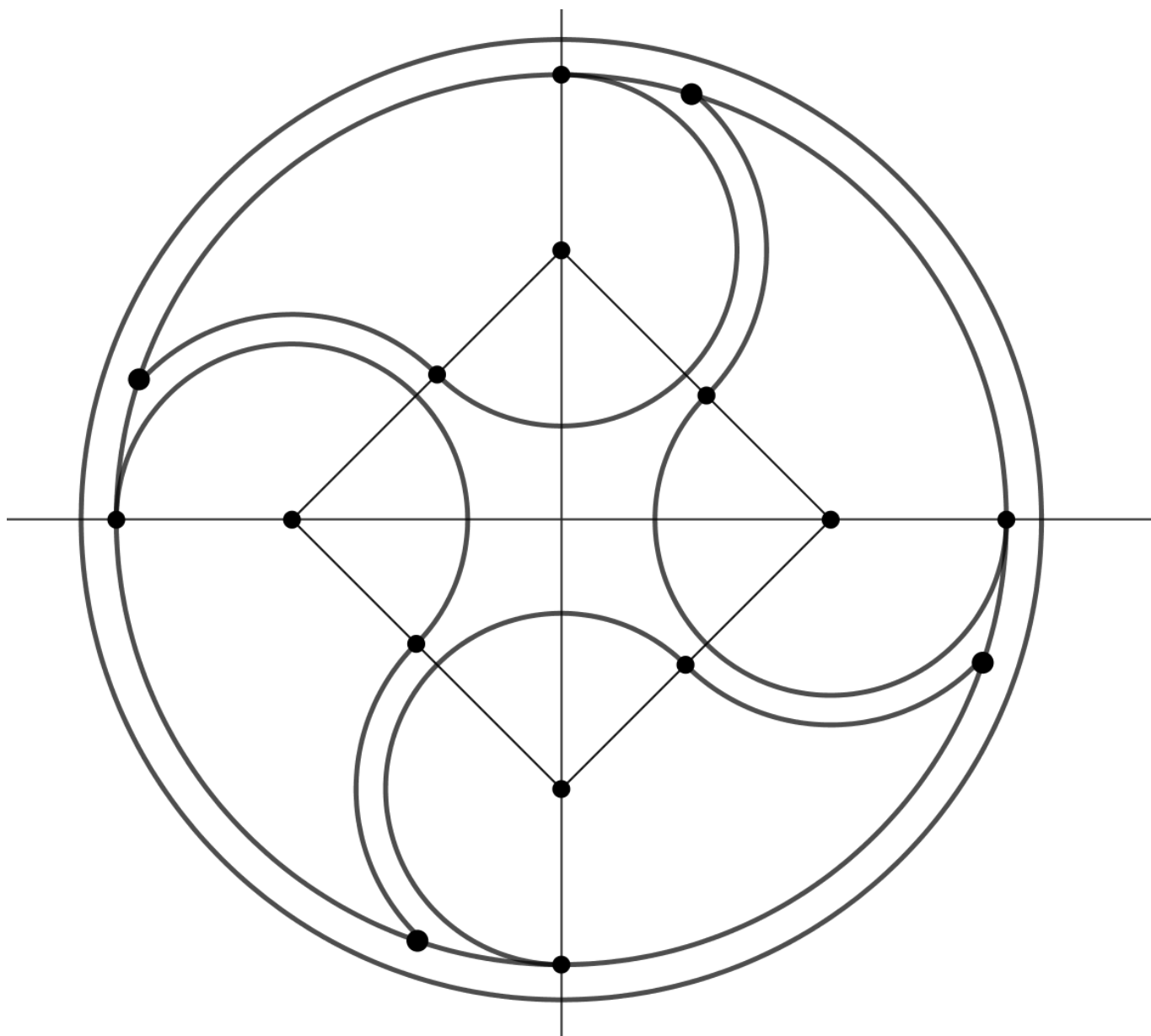
Exemple de patron du projet C :



Exercice n°5

Yin Yang à 4 éléments

5 points



1.

2. Colorier la figure ainsi réalisée.

Exercice n°6**C'est quoi la suite?****8 points**

1. On débute avec 1.

On prend 2 ensuite. Il est déjà dans la liste donc on prend 3. Le nombre 3 n'est pas dans la liste. Mais le nombre 3 n'a pas de diviseur commun autre que 1 avec 2. On prend donc 4. Le nombre 4 n'est pas dans la liste et il a le nombre 2 comme diviseur commun avec 2 donc on ajoute 4 à la liste.

On débute avec 1.

On prend 2 ensuite. Il est déjà dans la liste donc on prend 3. Le nombre 3 n'est pas dans la liste. Mais le nombre 3 n'a pas de diviseur commun autre que 1 avec 4. On prend donc 4 mais le nombre 4 est déjà dans la liste donc on prend 5. Mais le nombre 5 n'a pas de diviseur commun autre que 1 avec le nombre 4. Donc on prend le nombre 6. Le nombre 6 n'est pas dans la liste et a le nombre 2 comme diviseur commun avec 4. Donc on ajoute 6 dans la liste.

On débute avec 1.

On prend 2 ensuite. Il est déjà dans la liste donc on prend 3. Le nombre 3 n'est pas dans la liste et a le nombre 3 comme diviseur commun avec 6. Donc on ajoute 3 à la liste.

On débute avec 1.

On prend 2 ensuite. Il est déjà dans la liste donc on prend 3. Le nombre 3 est déjà dans la liste. On prend donc 4 mais le nombre 4 est déjà dans la liste donc on prend 5. Mais le nombre 5 n'a pas de diviseur commun autre que 1 avec le nombre 3. Donc on prend le nombre 6. Le nombre 6 est déjà dans la liste donc on prend 7. Le nombre 7 n'est pas dans la liste mais n'a pas de diviseur commun autre que 1 avec 3. Donc on prend 8. Le nombre 8 n'est pas dans la liste mais n'a pas de diviseur commun autre que 1 avec 3. Donc on prend 9. Le nombre 9 n'est pas dans la liste et a le nombre 3 comme diviseur commun avec 3 donc on ajoute 9 à la liste.

2. On complète la liste des nombres jusqu'au 10^e nombre de la suite : 1 ; 2 ; 4 ; 6 ; 3 ; 9 ; 12 ; 8 ; 10 ; 5.

3. Complétons encore cette liste de nombres : 1 ; 2 ; 4 ; 6 ; 3 ; 9 ; 12 ; 8 ; 10 ; 5 ; 15 ; 18 ; 14 ; 7

Donc Margot a raison.

Exercice n°7**Z dans un carré****9 points**

Soit O l'intersection de (MN) et (DB).

• ABCD est un carré d'aire 100 cm² donc AD=AB=BC=DC = 10 cm.
En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle ABC, on obtient DB = 10√2.

$$\bullet \widehat{ODM} = \widehat{CDM} - \widehat{CDB} = 75 - 45 = 30^\circ.$$

\widehat{ODM} et \widehat{OMD} sont donc complémentaires.

Par conséquent le triangle ODM est rectangle en O.

$$\bullet DO = DM \times \sin 60 = DM \times \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ or } DO = \frac{DB}{2} = 5\sqrt{2},$$

$$\text{d'où } DM = \frac{2}{\sqrt{3}} \times 5\sqrt{2} = \frac{10\sqrt{6}}{3}.$$

$$\bullet OM = DM \times \cos 60 = \frac{DM}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{10\sqrt{6}}{3}.$$

$$\bullet \text{De même on obtient } BN = \frac{10\sqrt{6}}{3} \text{ et } ON = \frac{DM}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{10\sqrt{6}}{3}.$$

Par conséquent :

$$\ell(DMNB) = DM + MN + BN = 3 \times \frac{10\sqrt{6}}{3}$$

$$\ell(DMNB) = 10\sqrt{6} \text{ cm soit } 24,5 \text{ cm arrondi au mm près.}$$

