

RALLYE MATHÉMATIQUE DU CENTRE

MATHABRAZZA

Épreuve préparatoire - Janvier 2026

Il est rappelé que toute réponse devra être accompagnée d'une justification.
Les solutions partielles seront examinées. Bon courage et rendez-vous pour l'épreuve officielle.

Exercice n°1

Si c'est déficient ou abondant, ce n'est pas parfait !

6 points

Un nombre entier est déficient s'il est supérieur à la somme de ses diviseurs stricts.

10 a pour diviseurs stricts : 1 ; 2 et 5 et comme $10 > 1 + 2 + 5$, 10 est dit déficient.

Un nombre entier est abondant s'il est inférieur à la somme de ses diviseurs stricts.

12 a pour diviseurs stricts : 1 ; 2 ; 3 ; 4 et 6 et comme $12 < 1 + 2 + 3 + 4 + 6$, 12 est dit abondant.

Un nombre entier est parfait s'il est égal à la somme de ses diviseurs stricts.

Par exemple 6 a pour diviseurs stricts : 1 ; 2 ; 3 et $1 + 2 + 3 = 6$.

1. Pour chaque nombre entier de 1 à 100, indiquer s'il est déficient, parfait ou abondant.
2. 2026 est-il un nombre déficient, abondant ou parfait ?
3. Tous les nombres abondants sont-ils pairs ?

Exercice n°2

Merci les amis !

5 points

Cinq amis Jean-Marie, Philippe, Jean-Pierre, Rémi et Pierrick se réunissent pour une partie de poker.

Chacun d'eux porte au moins un de ces accessoires : un chapeau ou des lunettes ou une écharpe ; il peut porter deux éléments à la fois mais jamais les trois en même temps. On sait que :

- Jean-Pierre a un chapeau ;
- Philippe porte une écharpe mais pas Rémi ;
- Rémi et Pierrick n'ont pas de lunettes ;
- ils ont chacun une combinaison d'accessoires différente.

Au total deux amis ont une écharpe, trois portent des lunettes et trois portent un chapeau. Que porte Jean-Marie ?

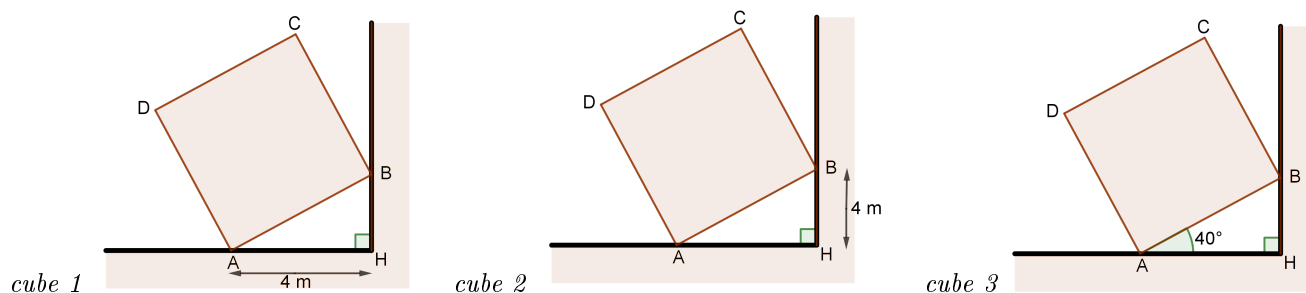
Exercice n°3

Les cubes du musée

8 points

Lors d'une visite d'un musée d'art moderne en plein air, Maëlle et son amie Juliette observent 3 cubes géants de 5 m de côté, placés le long d'un mur, dont une arête de chacun est posée contre le mur. Elles se demandent à quelles hauteurs culminent ces cubes et lequel des trois est le plus haut.

En utilisant les informations indiquées sur les figures ci-dessous où ABCD est un carré, répondre à leurs interrogations et préciser comment on pourrait installer un autre cube identique pour qu'il culmine le plus haut possible.



Exercice n°4**À la bonne heure, l'échappée !****6 points**

Pour déverrouiller la dernière porte d'un « escape game » un groupe d'amis doit régler les horloges de 4 pièces différentes, chacune sur une heure entière (1h, 2h, 3h, ..., 12h). Malheureusement, ils n'ont pas encore résolu la dernière énigme leur permettant de trouver les heures des 4 horloges.

En effet, alors qu'il leur reste seulement 14 minutes, ils ont recueilli les informations suivantes :

- l'heure de l'horloge de la pièce principale est un nombre premier (nombre entier strictement supérieur à 1 ayant exactement deux diviseurs : 1 et lui-même) ;
- les heures des trois autres pièces sont trois nombres entiers consécutifs.



Romain pense, qu'avec ces renseignements, ils ont le temps de tester toutes les possibilités pour sortir à coup sûr alors que Tiphaine pense que, même à raison de seulement 3 secondes par combinaison testée, ils n'auront pas le temps et qu'il leur faut absolument trouver la dernière énigme. Qui a raison ?

Exercice n°5**Ce n'est pas du cinéma !****5 points**

Lors de l'exposition « Mathématiques, un dépaysement soudain » organisée par la Fondation Cartier pour l'art contemporain en 2011-2012, un jeu mathématique était proposé par l'acteur et cinéaste japonais Takeshi Kitano. Il s'agissait, en écrivant les nombres 1,2,3,4... dans l'ordre, chacun une seule fois et en utilisant n'importe quel symbole parmi $+$ $-$ \times \div $()$ $\sqrt{\quad}$, ou à l'aide d'une notation en puissance, de trouver une formule la plus courte possible dont le résultat était 2011, la longueur d'une formule étant le dernier entier utilisé.

Exemples de formules pour trouver 29 :

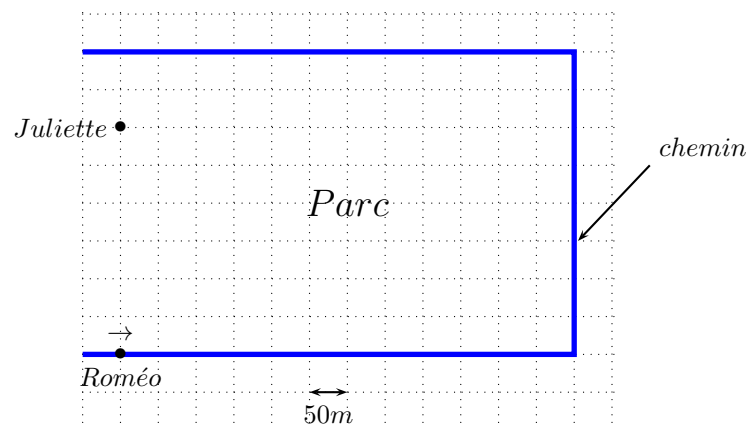
$$(1 + 2)^3 - 4 + 5 - 6 + 7 = 29 \text{ ou } 1^2 \times 3 + 4 \times 5 + 6 = 29 \text{ ou } 1 + 2^3 + 4 \times 5 = 29 \text{ ou } (1 + 2)^3 + \sqrt{4} = 29$$

La dernière formule est plus courte que les trois premières car elle n'utilise que les quatre premiers entiers.

1. Trouver une formule, la plus courte possible, qui donne comme résultat 28.
2. Trouver une formule, la plus courte possible, qui donne comme résultat 468.
3. Trouver une formule, la plus courte possible, qui donne comme résultat 2025.

Exercice n°6**Balade irrationnelle pour une fleur de la Rome antique****8 points**

Tous les matins, Roméo parcourt le chemin qui longe le parc où habite Juliette à la recherche d'une belle fleur. Dès qu'il a trouvé une fleur qui lui convient, il traverse le parc pour rejoindre Juliette par le plus court chemin.



1. Lundi matin, il parcourt exactement 1200 m le long du chemin avant de trouver une fleur. Vérifier qu'il lui reste alors $100\sqrt{17}$ m à parcourir à travers le parc pour arriver chez Juliette.
2. Mardi matin, il parcourt exactement 600 m le long du chemin avant de trouver une fleur. Quelle distance lui reste-t-il à parcourir pour arriver chez Juliette ?
3. Mercredi et jeudi, il n'a pas trouvé la fleur au même endroit, et pourtant, dans les deux cas, il lui restait exactement 500 m à parcourir pour ramener une fleur à Juliette. Où était chacune des fleurs ?
4. Vendredi, Roméo a parcouru au total 1550 m. Où était la fleur qu'il a trouvée ?